**Виконав: студент групи ПМІ-22 Юрас Назар**

**Варіант-21**

**1.1** **Обчислити ентропію, та надлишковість дискретного джерела інформації з алфавітом *X* = {*x*1, *x*2, *x*3, *x*4, *x*5} (об'єм алфавіту *k* = 5 ). Значення ймовірностей *p*(*xi* ), *i* =1,2,...,5, де**

*p*(*x*1) = 0.01, *p*(*x*2) = 0.01, *p*(*x*3) = 0.02, *p*(*x*4) = 0.04, *p*(*x*5) = 0.92.

*H*(*X*) =  = – (0.01 log20.01 + 0.01 log20.01 + 0.02 log20.02 +  
 + 0.04 log20.04 + 0.92 log20.92) = -0,066 + (-0,066) + (-0,112) + (-0,185) + (-0,110) = 0,539 – ентропія джерела

*ρ*(*X*)= 1 – *H*(*X*) / log2*k* = 1 – 0,539 / log25 = 0,768 – надлишковість джерела

**1.2 Матриця сумісних ймовірностей P(*X*, *Y*) появи двох символів на виходах джерел *X* та *Y* має вигляд**

* 1. **0.01 0.01**

**0.01 0.0 0.01**

**0.0 0.01 0.94**

**Обчислити ентропію *H*(*X* ,*Y*) об'єднання двох джерел, загальні умовні ентропії *H*(*X* |*Y*) і *H*(*Y* | *X* ), а також середню взаємну кількість інформації *I* (*X*;*Y*) . Визначити, яке з цих двох джерел має більшу надлишковість та чи є джерела статистично незалежними.**

*H*(*X*, *Y*) =  = – (0.01 log20.01 + 0.01 log20.01 + 0.01 log20.01 + + 0.01 log20.01 + 0.01 log20.01 + 0.01 log20.01 + 0.94 log20.94 = 0,479

*P*(*X*) = (*p*(*x*1), *p*(*x*2), *p*(*x*3)) =  = (0.03, 0.02, 0.95)

*P*(*Y*) = (*p*(*y*1), *p*(*y*2), *p*(*y*3)) =  = (0.02, 0.02, 0.96)

*H*(*X*) =  = – (0.03 log20.03 + 0.02 log20.02 + 0.95 log20.95) = 0.333

*H*(*Y*) = = - (0.02 log20.02 + 0.02 log20.02 + 0.96 log20.96) = 0.279

*ρ*(*X*)= 1 – *H*(*X*) / log2*k* = 1 – 0,333 / log23 = 0,79 – надлишковість джерела Х

*ρ*(*Y*)= 1 – *H*(*Y*) / log2*k* = 1 – 0,279 / log23 = 0,824 – надлишковість джерела Y

*ρ*(*X*) < *ρ*(*Y*)

*I*(*X*, *Y*) = *H*(*X*) + *H*(*Y*) – *H*(*X*, *Y*) = 0.333 + 0.279 – 0,479 = 0.133 != 0, отже джерела статистично залежні.



= 0.333 0.333 0.333

0.5 0 0.5

0 0.01 0.989



= 0.5 0.5 0.010

0.5 0 0.010

0 0.5 0.979

*H*(*Y* | *x*1) =  = – (0.333 log20.333 + 0.333 log20.333 + 0.333 log20.333) = 1.584

*H*(*Y* | *x*2) =  = – (0.5 log20.5 + 0.5 log20.5) = 1

*H*(*Y* | *x*3) =  = – (0.01 log20.01 + 0.989 log20.989) = 0.08

*H*(*Y* | *X*) =  = 0.03 · 1.584 + 0.02 · 1 + 0.95 · 0.08) = 0.143

*H*(*X* | *y*1) =  = – (0.5 log20.5 + 0.5 log20.5) = 1

*H*(*X* | *y*2) =  = – (0.5 log20.5 + 0.5 log20.5) = 1

*H*(*X* | *y*3) =  = – (0.010 log20.010 + 0.010 log20.010 + 0.979 log20.979 ) = 0.162

*H*(*X* | *Y*) =  = (0.02 · 1 + 0.02 · 1 + 0.96 · 0.162) = 0.195

*H*(*Y* | *X*) = *H*(*X*, *Y*) – *H*(*X*) = 0,479 – 0.333 = 0.146

*ρ*(*X*)=1 – *H*(*X*) / log2*k* = 1 – 0.333 / log23 = 0.789

*ρ*(*Y*)=1 – *H*(*Y*) / log2*k* = 1 – 0.279 / log23 = 0.823

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *H*(*X*, *Y*) | *H*(*X* | *Y*) | *H*(*Y* | *X*) | *I*(*X*, *Y*) | *H*(*X*) | *ρ*(*X*) | *H*(*Y*) | *ρ*(*Y*) |
| 0,479 | 0.195 | 0.146 | 0.133 | 0.333 | 0.789 | 0.823 | 0.824 |

**3. Для двох дискретних джерел *X* та *Y* чисельні значення безумовних *p*(*xi*) та умовних ймовірностей *p*(*yj* | *xi*) появи символів на виході джерела *Y* мають вигляд**

*P*(*X*) = (*p*(*x*1), *p*(*x*2), *p*(*x*3)) = (0.76, 0.01, 0.23)

P(Y | X) = 0.13 0.26 0.61

0.25 0.4 0.35

0.39 0.49 0.12

Обчислити ентропію *H*(*X* ,*Y*) об'єднання двох джерел та середню взаємну кількість інформації *I* (*X*;*Y*) . Визначити, яке з цих двох джерел має більшу надлишковість.

*H*(*X*) =  = – (0.76 log20.76 + 0.01 log20.01 + 0.23 log20.23) = 0.853

*ρ*(*X*)=1 – *H*(*X*) / log2*k* = 1 – 0.853 / log23 = 0.462

*H*(*Y* | *x*1) = = – (0.13 log20.13 + 0.26 log20.26 + 0.61 log20.61) = 1.322

*H*(*Y* | *x*2) ==–(0.25 log20.25 + 0.4 log20.4 + 0.35 log20.35)= = 1.558

*H*(*Y* | *x*3) == – (0.39 log20.39 + 0.49 log20.49 + 0.12 log20.12) = 1.401

*H*(*Y* | *X*) =  = (0.76 · 1.322 + 0.01 · 1.558 + 0.23 · 1.401) = 1.342

*H*(*X*, *Y*) = *H*(*Y* | *X*) + *H*(*X*) = 1.342 + 0.853 = 2.195



= 0.76 \* 0.13 = 0.098 0.76 \* 0.26 = 0.197 0.76 \* 0.61 = 0.463

0.01 \* 0.25 = 0.0025 0.01 \* 0.4 = 0.004 0.01 \* 0.35 = 0.0035

0.23 \* 0.39 = 0.089 0.23 \* 0.49 = 0.112 0.23 \* 0.12 = 0.027

*P*(*Y*) = (*p*(*y*1), *p*(*y*2), *p*(*y*3)) =  =   
= (0.189, 0.313, 0.493)

*H*(*Y*) =  = – (0.189 log20.189 + 0.313 log20.313 +   
+ 0.493 log20.493) = 1.481

*H*(*X* | *Y*) = *H*(*X*, *Y*) – *H*(*Y*) = 2.195 – 1.481 = 0.714

*ρ*(*Y*)=1 – *H*(*Y*) / log2*k* = 1 – 1.481 / log23 = 0.065

*I*(*X*, *Y*) = *H*(*X*) + *H*(*Y*) – *H*(*X*, *Y*) = 0.853 + 1.481 – 2.195 = 0.139

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *H*(*X*, *Y*) | *H*(*X* | *Y*) | *H*(*Y* | *X*) | *I*(*X*, *Y*) | *H*(*X*) | *ρ*(*X*) | *H*(*Y*) | *ρ*(*Y*) |
| 2.195 | 0.714 | 1.342 | 0.139 | 0.853 | 0.462 | 1.481 | 0.065 |